



**Tantárgy neve: Mintavételezés**

**MŰSZAKI FÖLDTUDOMÁNYI KAR BSc KÉPZÉS  
(nappali munkarendben)**

**TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ**

**MISKOLCI EGYETEM  
MŰSZAKI FÖLDTUDOMÁNYI KAR  
NYERSANYAGELŐKÉSZÍTÉSI ÉS KÖRNYEZETI ELJÁRÁSTECHNIKAI INTÉZET**

**Ajánlott félév: 6. félév**

## Tartalomjegyzék

1. Tantárgyleírás, tárgyjegyző, óraszám, kreditérték
2. Tantárgytematika (óraóra lebontva)
3. Minta zárthelyi
4. Vizsgakérdések
5. Egyéb követelmények



## 1. TANTÁRGYLEÍRÁS

<b>Tantárgy neve:</b> Mintavételezés <b>Tárgyfelelős:</b> Dr. habil. Faitli József	<b>Tantárgy kódja:</b> MFEET6233 <b>Tárgyfelelős tanszék/intézet:</b> Nyersanyagelőkészítési és Környezeti Eljárástechnikai Intézet
	<b>Tantárgyelem:</b> K
<b>Javasolt félév:</b> 6.	<b>Előfeltétel:</b> GEFIT6102; GEMAN6218B, AKKEM6003
<b>Óraszám/hét (ea+gyak):</b> 2ea+1gy	<b>Számonkérés módja (a/gy/k):</b> aláírás, vizsga
<b>Kreditpont:</b> 3	<b>Tagozat:</b> nappali

**Tantárgy feladata és célja:**

A tárgy célja, hogy a hallgatók megismerjék a mintavételezés mérnöki és matematikai statisztikai ismereteit, hogy képesek legyenek az előkészítőművekben a termékek minőségével, a technológiai folyamat ellenőrzésével - irányításával és a minőségbiztosítással kapcsolatos feladatok elvégzésére.

**Fejlesztendő kompetenciák:**

**tudás:** T2, T3, T4, T7, T10

**képesség:** K2, K4, K5, K6, K9, K10, K11, K12, K13, K14, K15

**attitűd:**

**autonómia és felelősség:**

**Tantárgy tematikus leírása:**

A mintavételezés elméleti alapjai. Az alapsokaság elméleti jellemzői és azok becslése a minta empirikus paraméterei alapján. Az egyes minta – átlagminta koncepció. A pontminta. A szükséges minimális mintatömeg meghatározása előkészítőművek folyamszabályozása ill. geokémiai vizsgálatok esetén. Előkészítőművek mintavételezési és minőségbiztosítási rendszere. A mechanikai eljárás technika, azaz az aprítás – darabosítás és a keverés – szétválasztás egy – egy alapeljárásának a kimérése, a mérlegegyenletek és a jellemző függvények meghatározása. Mintavételi terv elkészítése. Reprezentatív mintavételezés nyugvó – mozgó, különféle halmazállapotú és összetételű diszperz rendszerekből. Tipikus mintavételi feladatok: települési szilárd hulladékok mintavételezése, ömlesztett anyagok, pl. szén, érc, ipari ásványok, stb. mintavételezése. Tipikus feladatok, amikor a várható érték, a szórás ill. az eloszlásfüggvény méréssel történő becslése a cél. Adott keverék kevertési állapotának jellemzése és mérése, a véletlenszerűen homogén keverékállapot.

**Félévközi számonkérés módja:**

Az aláírás megszerzésének feltétele:

- 20 %-nál nem több órai hiányzás.
- Legalább elégséges Zárthelyi dolgozat megírása.

**Értékelés:** Az aláírás megszerzését követően van lehetőség szóban vizsgázni, melynek értékelése ötfokozatú skálán történik. Értékelése:

Alapvető ismereteknek nincs birtokában - **elégtelen**

Alapvető ismeretekkel rendelkezik - **elégséges**

Alapvető ismeretekkel rendelkezik, ezeknek gyakorlatban való alkalmazását is be tudja mutatni - **közepes**

Ismereteinek részterületeit rendszer szinten, azok összefüggéseiben ismeri - **jó**

Kiemelkedő részletességű, rendszerszintű ismeretekkel rendelkezik – **jeles**

**Értékelése:**

> 85%: jeles;

75 – 84%: jó;

63 – 74%: közepes;

50 – 62%: elégséges;

< 50%: elégtelen

**Kötelező irodalom:**

Faitli J. – Mucsi G. – Gombkötő I. – Nagy S. – Antal G.: Mechanikai eljárás technikai praktikum. Egyetemi jegyzet. Kézirat. Miskolci Egyetem. 2013.

Faitli J.: Mintavételezés Előkészítőművekben. Egyetemi jegyzet. Kézirat. Miskolci Egyetem. 2013.

Faitli J.: Sampling in Processing Plants. Kézirat. Miskolci Egyetem. 2014.

Miskolci Egyetem, Nyersanyagelőkészítési és Környezeti Intézet. Települési szilárd hulladékok reprezentatív vizsgálata. Műszaki szakértői tanulmány. 2018.

**Ajánlott irodalom:**

Böhm J. - Csőke B. – Schultz Gy. – Tompos E.: Ásványelőkészítési mérések és laboratóriumi gyakorlatok, 1984.

Tarján I.: Keverés. Miskolci Egyetemi Kiadó. 2003.

Kemény S.: Mérési eredmények értékelése matematikai statisztikai módszerekkel. Budapest, 1978.

## 2. TANTÁRGYTEMATIKA

**Mintavételezés**  
**Tantárgytematika (ÜTEMTERV)**  
**Aktuális tanév őszi félév**  
**Környezetmérnök BSc, 6. félév, törzsanyag tárgya**

### Előadástematika

#### 1. hét (tanterem)

A mintavételezés 3+1 alapesete. Egy hányóban álló nagytömegű anyagalmaz értékének a becslése. Adott alapsokaság heterogeneitásának, azaz a szórásnak a becslése. Tabletták hatóanyag tartalmának a szórása. Dunameder megfelelő szemcseméret-összetételű kővel való feltöltése, az eloszlásfüggvény becslése. Plusz egy: szennyezés továbbterjedésének monitoringja.

#### 2. hét (tanterem)

Nevezetes eloszlások (Karakterisztikus, Hipergeometriai, Binomiális, Poisson, Egyenletes, Normál, Exponenciális) várható értékének és szórásának a meghatározása a  $D^2(\xi) = M(\xi^2) - M^2(\xi)$  összefüggés felhasználásával.

#### 3. hét (tanterem)

Példa arra, hogy egy  $n$  elemű mintasorozat alapján hogyan lehet becslést adni a megmintázott alapsokaság eloszlására. Az elemek osztályba sorolása majd az empirikus eloszlás függvény, a hisztogram és az empirikus sűrűség függvény ábrázolása. Függvényillesztés. Mi a különbség a hisztogram és az empirikus sűrűség függvény között.

#### 4. hét (tanterem)

Műveletek normál eloszlással. A normalizálás. A sűrűség függvény néhány értékének kiszámítása adott helyeken. Különböző feladatok annak kiszámítására, hogy adott normál eloszlású valószínűségi változó (pl. fiúk és lányok IQ-ja) hány százaléka kisebb, vagy nagyobb adott értékeknél. A normál eloszlás sűrűség függvényének numerikus integrálása.

#### 5. hét (tanterem)

Miért kell az empirikus szórást korrigálni? Levezetés. Példák a várható értékre adott intervallumbecslésre. Egy valószínűségi változóról rendelkezésre álló adatok alapján meghatározni a jövőre vonatkozó minimális mintaelem számot, amely esetén a várható értékre vonatkozó megbízhatósági szint és a tűrés kielégíthető.

#### 6. hét (tanterem)

Példák a szórásra adott intervallumbecslésre. Egy valószínűségi változóról rendelkezésre álló adatok alapján meghatározni a jövőre vonatkozó minimális mintaelem számot, amely esetén a szórásra vonatkozó megbízhatósági szint és a tűrés kielégíthető.

#### 7. hét (tanterem)

A mintavételezés részei, felkészülés a mintavételezésre, az átlagminta vétele, a mintaelőkészítés, azaz az elemzési minta előkészítése, a mérés, a kiértékelés. Mintaelőkészítési stratégiák: aprítás – mintakisebbités; szitálás - mintakisebbités. Példa a több lépcsőben (három) elvégzett mintakisebbitéssel nyert minta értékekből az átlag és a korrigált empirikus szórás kiszámítására.

#### 8. hét (tanterem)

Mintavétel diszperz anyagrendszerekből, a minimálisan szükséges egyes- és átlagminta tömegének kiszámítása adott egyszerűbb (egykomponensű) esetekre. A minimálisan szükséges egyes- és átlagminta tömegének kiszámítása adott összetettebb (többkomponensű) esetekre a Gy módszer

alapján. Az egyesminta – átlagminta koncepció. Az alapsokaság felosztása részsokaságokra.

### **8. hét (tanterem)**

Példa vasúti szerelvényben szállított ömlesztett anyag mintavételezésére. Példa nagyméretű kövekből elkészített mederfenék mintavételezésére.

### **9. hét (tanterem)**

Települési szilárd hulladékok szabványos mintavételezése. Egy korábban elvégzett vizsgálat mérési eredményeinek kiértékelése. A 2018-as országos VTSZH összetételi kampány eredményei.

### **10. hét (tanterem)**

A mechanikai eljárás technika alap műveleteinek (aprítás – agglomerálás, szétválasztás – keverés) mintavételezése, mi az a legkevesebb mérés, amelyből az eljárás jellemző függvényei meghatározhatók. Néhány eljárásból felépülő technológiák mintavételezési tervének a megtervezési módszertana.

### **11. hét (tanterem)**

Egy választott és elképzelt üzem minőségbiztosítási rendszere alapjainak a megtervezése az ISO 9001 szabvány előírásai segítségével. Egy választott és elképzelt üzem környezetközpontú irányítási rendszere alapjainak a megtervezése az ISO 14001 szabvány előírásai segítségével.

### **13. hét (tanterem)**

Zárthelyi dolgozat íratása a tantermi gyakorlatok tananyagából.

### **14. hét (tanterem)**

A zárthelyi és a tervező feladat értékelése. Szükség esetén pótzárthelyi, igény esetén javító zárthelyi.

## **Gyakorlati tematika**

### **1. hét (tanterem)**

Balesetvédelmi oktatás. Balesetvédelmi napló aláírása és a félévközi követelmények (gyakorlati jegy és aláírás megszerzésének feltételei) ismertetése a hallgatókkal.

### **2. hét (tanterem)**

Nevezetes eloszlások (Karakterisztikus, Hipergeometriai, Binomiális, Poisson, Egyenletes, Normál, Exponenciális) várható értékének és szórásának számítása.

### **3 - 4. hét (tanterem)**

Példa arra, hogy egy  $n$  elemű mintasorozat alapján hogyan lehet becslést adni a megmintázott alapsokaság eloszlására. Az elemek osztályba sorolása majd az empirikus eloszlás függvény, a hisztogram és az empirikus sűrűség függvény ábrázolása. Függvényillesztés. Mi a különbség a hisztogram és az empirikus sűrűség függvény között.

### **5. hét (tanterem)**

Műveletek normál eloszlással. A normalizálás. A sűrűség függvény néhány értékének kiszámítása adott helyeken. Különböző feladatok annak kiszámítására, hogy adott normál eloszlású valószínűségi változó (pl. fiúk és lányok IQ-ja) hány százaléka kisebb, vagy nagyobb adott értékeknél. A normál eloszlás sűrűség függvényének numerikus integrálása.

### **6. hét (tanterem)**

Példák a szórásra adott intervallumbecslésre. Egy valószínűségi változóról rendelkezésre álló



adatok alapján meghatározni a jövőre vonatkozó minimális mintaelem számot, amely esetén a szórásra vonatkozó megbízhatósági szint és a tűrés kielégíthető.

#### **7. hét (labor)**

Mintavételi és mintakisebbitési laboratóriumi gyakorlat. Példa a több lépcsőben (három) elvégzett mintakisebbitéssel nyert minta értékekből az átlag és a korrigált empirikus szórás kiszámítására.

#### **8. hét (tanterem)**

Mintavétel diszperz anyagrendszerekből, a minimálisan szükséges egyes- és átlagminta tömegének kiszámítása adott egyszerűbb (egykomponensű) esetekre. A minimálisan szükséges egyes- és átlagminta tömegének kiszámítása adott összetettebb (többkomponensű) esetekre a Gy módszer alapján.

#### **9. hét (tanterem)**

Települési szilárd hulladékok szabványos mintavételezése. Egy korábban elvégzett vizsgálat mérési eredményeinek kiértékelése a VTSZH méretfrakcióinak és anyagi kategóriáinak a meghatározása.

#### **10 -11. hét (tanterem)**

Egy választott előkészítési technológia (célszerűen a diplomaterv), - amely minimum három technológia elemből áll – kimérésének a megtervezése, mintavételi terv elkészítése, amely alapján az üzem mérlegegyenletei és a technológiai elemek fő függvényei megmérhetők.

#### **12. hét (tanterem)**

Egy választott és elképzelt üzem minőségbiztosítási rendszere alapjainak (csak koncepció) a megtervezése az ISO 9001 szabvány előírásai segítségével. Egy választott és elképzelt üzem környezetközpontú irányítási rendszere alapjainak a megtervezése az ISO 14001 szabvány előírásai segítségével.

#### **13. hét (tanterem)**

Zárthelyi dolgozat íratása a tantermi gyakorlatok tananyagából.

#### **14. hét (tanterem)**

A zárthelyi és a tervező feladat értékelése. Szükség esetén pótzárthelyi, igény esetén javító zárthelyi.

### 3. MINTA ZÁRTHELYI

#### Zárthelyi feladat (A)

##### Mintavételezés

1. Egy csővezeték adott pontjában az áramló közeg sebességét lézer Doppler sebességmérő segítségével mértük meg 30 egymást követő pillanatban. A mért értékek [ m/s ] dimenzióban, nagyság szerint sorba rendezve:

2,14    2,22    2,26    2,28    2,32    2,33    2,35    2,36    2,38    2,39    2,41    2,42  
2,42    2,42    2,45    2,46    2,47    2,47    2,48    2,49    2,52    2,52    2,54  
2,56    2,58    2,63    2,64    2,64    2,68    2,74

- Becsülje meg a sebesség eloszlásának a szórását és a várható értékét.
- Becsülje meg az eloszlás- és a sűrűség függvényt.
- Ábrázolja a hisztogramot.
- Milyen eloszlású a sebesség?
- 95 %-os megbízhatósági szint mellett milyen tartományba esik a sebesség várható értéke?
- Legalább hány mérést kell végezni ahhoz, ha a d. pontban meghatározott megbízhatósági intervallum 9/10-ed része hibamargóval szeretnénk intervallumot illeszteni?
- 96 %-os megbízhatósági szint mellett milyen tartományba esik a sebesség szórása?

**A MINTA ZH MEGOLDÁSA** (a helyesen megadott válaszokra adható pontszámok feltüntetésével)

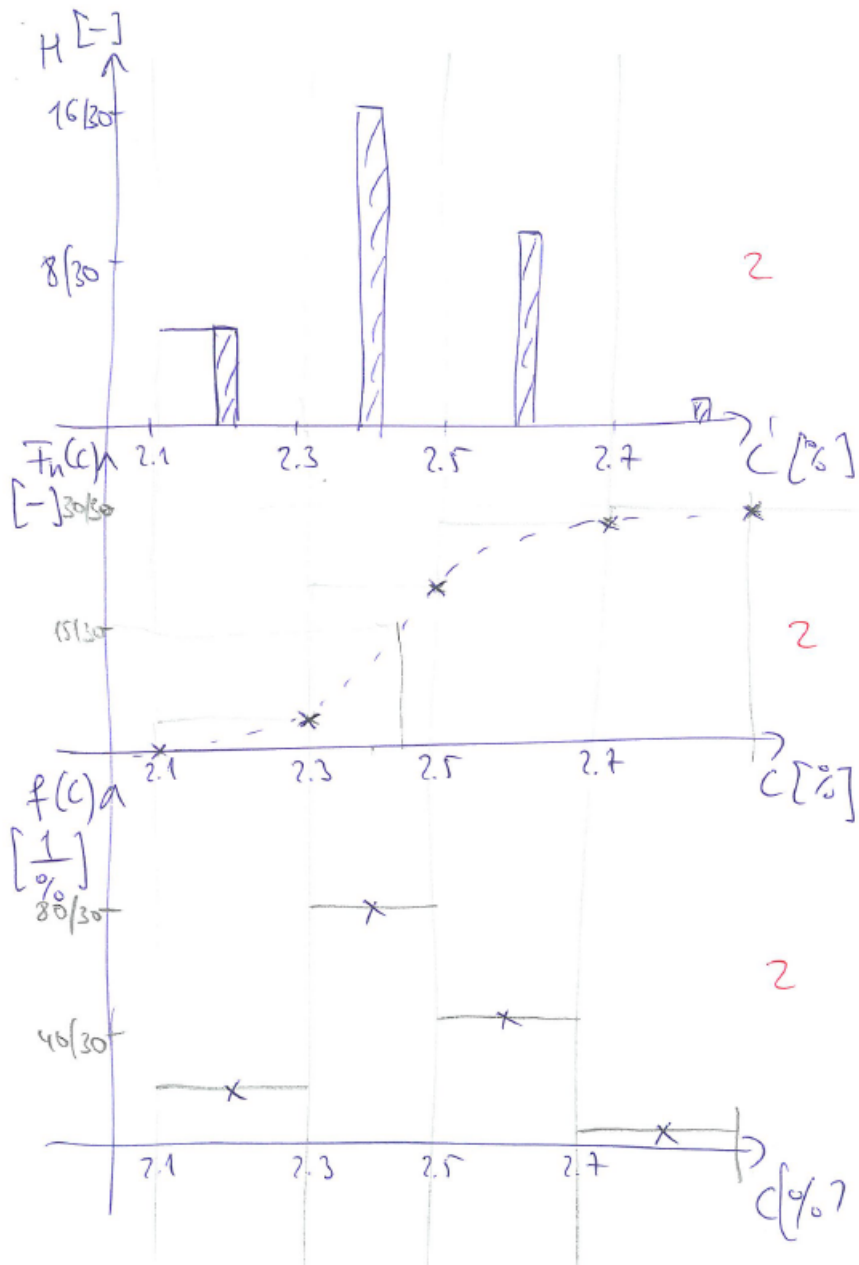
Mintavételezés

$\bar{c} = 2,452\%$   $\rightarrow$  M(c) 4  $\Sigma$  ~~26~~ p. 34  
 $\overline{s_u} = 0,14\%$   $\rightarrow$  D(c) 4

b)

$c_i$ [%]	$c_{i-1}$ [%]	$\Delta c$ [%]	$k_i$ [pc]	$H_i = \frac{k_i}{n}$ [%]	$F_n(c)$ [%]	$f_k = \frac{H_i}{\Delta c} \left( \frac{1}{\%} \right)$
2.3	2.1	0.2	4	4/30	4/30	20/30
2.5	2.3	0.2	16	16/30	20/30	180/30
2.7	2.5	0.2	9	9/30	29/30	45/30
2.3	2.7	0.2	1	1/30	1	5/30
			$\Sigma$	1		

4



C.1

$$1 - \varepsilon = 0,95 \\ n = 30$$

$$t_{\varepsilon/2} = 2,045$$

$$d_1 = \bar{C} - t_{\varepsilon/2} \cdot \frac{s_k}{\sqrt{n}} = 2,452 - 2,045 \cdot \frac{0,14}{\sqrt{30}} = 2,4\%$$

$$d_2 = 2,504 \quad 4$$

$$HM = 0,104 \%$$

d.1

$$n \Rightarrow 41$$

$$HM = 2 \cdot t_{\varepsilon/2} \cdot \frac{s_k}{\sqrt{n}} = 2 \cdot 2,021 \cdot \frac{0,14}{\sqrt{41}} = 0,09 < 0,1 \quad \checkmark$$

4

A

d.1 pl. losin kumul

$$X_{50} = 2,44 \frac{m}{s}, \quad m = 1,5$$

$$0,97 = 1 - \exp \left\{ -\ln 2 \cdot \left( \frac{2,7}{2,44} \right)^m \right\}$$

$$e^{-\ln 2 \cdot \left( \frac{2,7}{2,44} \right)^m} = 0,03$$

$$-\ln 2 \cdot \left( \frac{2,7}{2,44} \right)^m = \ln 0,03 \quad 4$$

$$\left( \frac{2,7}{2,44} \right)^m = \frac{-3,17}{-0,693} = 5,05$$

$$1,1065^m = 5,05$$

$$m + \ln 1,1065 = \ln 5,05$$

$$m = 1,62 - 0,1 = 1,5$$

ell.

$$1 - \exp \left\{ -\ln 2 \cdot \left( \frac{2,7}{2,44} \right)^{1,5} \right\} =$$

g.1

$$\left( \frac{s_u^2}{\chi_f^2} \cdot V < \sigma^2 < \frac{s_u^2}{\chi_a^2} \cdot V \right) = 1 - \epsilon$$

$$\chi_f^2 = 15,574$$

$$0,98, V=29$$

$$\chi_a^2 = 46,693$$

$$0,02, V=29$$

$$\frac{0,14^2}{15,574} \cdot 29 = 0,036 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\sigma^2$$

$$\sigma_f = 0,191 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4

$$\frac{0,14^2}{46,693} \cdot 29 = 0,012$$

$$\sigma_a = 0,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

## 4. VIZSGAKÉRDÉSEK

### Mintavételezés

1. A mintavételezés 3+1 alapesete.
2. Az alapsokaság elméleti jellemzői (várható érték, szórás, eloszlás- és sűrűségfüggvény) és azok főbb tulajdonságai.
3. Az alapsokaság elméleti jellemzőinek a becslése egy  $n$  elemű mintasorozat alapján.
4. A mintaelemek száma és a mintavételezés megbízhatósága közötti összefüggés. A centrális határeloszlási tétel. A student eloszlás.
5. Megbízhatósági intervallum a várható értékre és a szórásra.
6. Az egyes- és az átlagminta minimális tömege,  $G_y$  mintavételezési elmélete.
7. Az alapsokaság felosztása részsokaságokra, az egyesminta – átlagminta koncepció.
8. A mintavételezés részei. Mintaelőkészítési stratégiák.
9. Egy település vegyesen gyűjtött szilárd települési hulladékának a fűtőértékét hogyan mérhetjük meg?
10. Előkészítési technológiák mintavételezési tervének elkészítésének módszertana.
11. Mintavételezés az ásvány- és hulladékelőkészítésben, példák. Vasúti szerelvényben lévő ömlesztett anyag. Hányóban álló ömlesztett anyag. Csővezetékben áramló többfázisú rendszer. Az izokinetikus mintavétel, stb...

## 5. EGYÉB KÖVETELMÉNYEK

**Tervező feladat:** Egy három eljárásból álló, a hallgató által felvett tetszőlegesen felvett technológia mintavételezési tervének az elkészítése.

A zárthelyi dolgozat írása és a vizsga közben a mobiltelefon használata tilos!

Miskolc, 2018. június.10.

---

Dr. Nagy Sándor  
Intézetigazgató egyetemi docens

---

Dr. habil. Fajtli József  
egyetemi docens